

Questão 1

Um dirigível está subindo verticalmente com velocidade constante de 7,5 m/s em relação ao solo. Quando atinge a altura de 80 m acima do solo, considerado plano e horizontal, um pacote é lançado horizontalmente do dirigível com velocidade de 4,7 m/s.

- a) [1,0] Quanto tempo o pacote leva para atingir o solo?
- b) [1,0] Qual a distância total entre o dirigível e o pacote no momento do impacto no solo?
- c) [0,5] Qual é o vetor velocidade do pacote em relação ao dirigível, ao atingir o solo?

SOLUÇÃO

a) Se colocarmos a origem do sistema de eixos no solo, com o eixo y orientado para cima e o eixo x no sentido de lançamento do pacote, teremos:

Velocidade do dirigível em relação ao solo: $\vec{V}_{D,S} = 7,5 \hat{j} \text{ (m/s)}$

Velocidade inicial do pacote em relação ao dirigível: $\vec{V}_{P,D} = 4,7 \hat{i} \text{ (m/s)}$

Velocidade inicial do pacote em relação ao solo: $\vec{V}_{P,S} = \vec{V}_{P,D} + \vec{V}_{D,S} \rightarrow \vec{V}_{P,S} = 4,7\hat{i} + 7,5\hat{j} \text{ (m/s)}$ 0,3

$$a_x = 0 \text{ e } a_y = -9,80 \text{ m/s}^2$$

Visto do solo, o pacote tem um lançamento oblíquo de 80 m acima do solo.

$$\Delta y = V_{oy} \cdot t + a_y \cdot \frac{t^2}{2} \rightarrow 0 - 80 = 7,5 \cdot t - 9,8 \cdot \frac{t^2}{2} \rightarrow t = 4,9 \text{ s}$$
 0,7

b) A abscissa do ponto de impacto do pacote no solo é: $X = V_{ox} \cdot t = 4,7 \cdot 4,9 \rightarrow X = 23 \text{ m}$ 0,3

A altura do dirigível neste instante é: $H = 80 + 7,5 \cdot t \rightarrow H = 117 \text{ m}$ 0,3

A distância entre o dirigível e o ponto de impacto do pacote no solo é: $D = \sqrt{X^2 + H^2} \rightarrow D = 119 \text{ m}$ 0,4

c) Componentes da velocidade do pacote ao atingir o solo:

$$V_x = C^{te} = 4,7 \text{ m/s}$$

$$V_y = V_{oy} + a_y \cdot t = 7,5 - 9,8 \cdot 4,9 = -40,5 \text{ m/s}$$

Vetor velocidade do pacote: $\vec{V}_{P,S} = 4,7\hat{i} - 40,5\hat{j} \text{ m/s}$ 0,2

Vetor velocidade do pacote em relação ao dirigível: $\vec{V}_{P,D} = \vec{V}_{P,S} - \vec{V}_{D,S} \rightarrow \vec{V}_{P,D} = 4,7\hat{i} - 48\hat{j} \text{ m/s}$ 0,3

NOME _____

MATRÍCULA _____

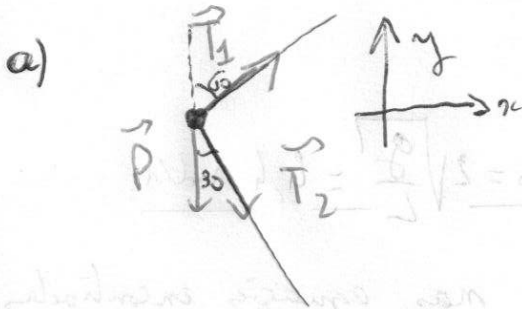
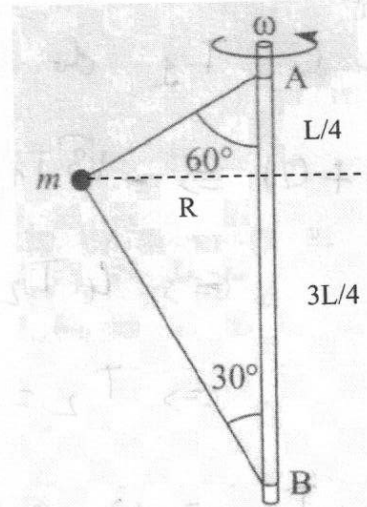
TURMA _____

PROF. _____

QUESTÃO 2

No sistema da figura, a bolinha de massa $m = 1,0 \text{ kg}$ está amarrada por fios de massa desprezível ao eixo vertical AB. O conjunto está girando em volta do eixo com velocidade angular ω , com os dois fios esticados. A distância AB vale $L = 2,0 \text{ m}$.

- (a) [0,6] Desenhe o diagrama de corpo livre da bolinha.
 (b) [0,6] Sabendo que o módulo da tensão no fio superior é de 30 N , qual é o valor do módulo da tensão no fio inferior?
 (c) [0,6] Calcule a velocidade angular ω correspondendo ao caso (b), sabendo que $v = R\omega$.
 (d) [0,7] Para qual valor de ω o fio inferior ficaria frouxo?



b) Sistema {bolinha}

Referencial terrestre supostamente inercial

2ª lei de Newton: $\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = m \vec{a}$

Projeção na direção vertical (y): $-mg + T_1 \cos 60^\circ + T_2 \cos 30^\circ = 0$

Assim $T_2 = \frac{T_1 \cos 60^\circ - mg}{\cos 30^\circ} = 6 \text{ N}$

c) Agora vamos projetar na direção radial a 2ª lei de Newton:

$$T_1 \sin 60^\circ + T_2 \sin 30^\circ = m \frac{v^2}{R} = m R \omega^2 \quad \text{com } R = \frac{L}{4} \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{4} L$$

$$\omega = \left[\frac{4}{m L \tan 60^\circ} (T_1 \sin 60^\circ + T_2 \sin 30^\circ) \right]^{1/2} = 5,7 \text{ rad/s}$$

d) Voltando ao caso mais geral mostrando a existência desta velocidade ω (1ª maneira de resolver), vamos escrever o sistema geral das equações:

$$\begin{cases} T_1 \cos 60 - T_2 \cos 30 = mg \\ T_1 \sin 60 + T_2 \sin 30 = m R \omega^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T_1 - \sqrt{3} T_2 = 2mg & (1) \\ \sqrt{3} T_1 + T_2 = 2m R \omega^2 & (2) \end{cases}$$

O objetivo é ter uma expressão literal de T_2 em função de ω , portanto eliminando T_1 do sistema anterior. Para tanto vamos fazer

$$-\sqrt{3} \times (1) + (2) \Rightarrow -\sqrt{3} T_1 + 3 T_2 + \sqrt{3} T_1 + T_2 = -2\sqrt{3} mg + 2m R \omega^2$$

$$\Leftrightarrow 4 T_2 = 2\sqrt{3} m \left(\frac{L}{4} \omega^2 - g \right)$$

$$\Leftrightarrow T_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} m \left(\frac{L}{4} \omega^2 - g \right)$$

$$\text{Assim } T_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{L}{4} \omega^2 - g = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\omega = 2\sqrt{\frac{g}{L}} = 4,4 \text{ rad/s}}}$$

2ª conclusão mais direta: basta colocar $T_2 = 0$ nas equações encontradas em (b) e (c).

$$\text{Assim } \begin{cases} T_1 \cos 60 = mg & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} T_1 \sin 60 = m R \omega^2 = m \frac{\sqrt{3}}{4} L \omega^2 & (4) \end{cases}$$

Fazendo (3)/(4) obtém:

$$\frac{T_1 \sin 60}{T_1 \cos 60} = \frac{m \frac{\sqrt{3}}{4} L \omega^2}{mg} \Leftrightarrow \tan 60 = \sqrt{3} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{4} L \omega^2}{g}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{\omega = 2\sqrt{\frac{g}{L}} = 4,4 \text{ rad/s}}}$$

NOME GABARITO

MATRÍCULA _____

TURMA _____

PROF. _____

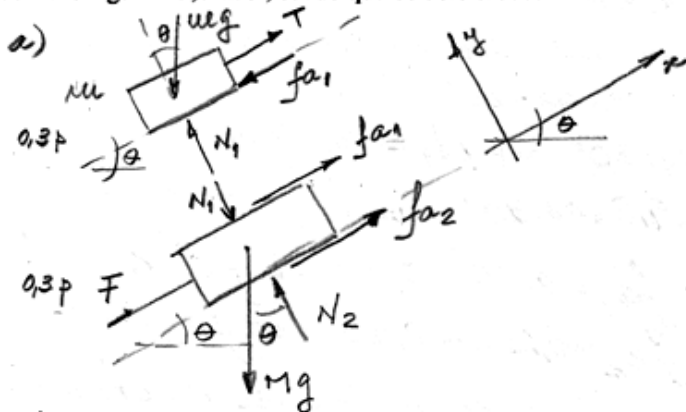
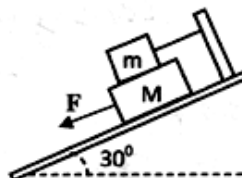
QUESTÃO 3

A figura mostra um bloco M de massa 3,0 kg apoiado sobre um plano inclinado de 30° em relação à horizontal. Sobre este bloco, é colocado outro bloco m de 2,0 kg preso a uma corda paralela ao plano inclinado. Os coeficientes de atrito estático e cinético entre os dois pares de superfícies são respectivamente iguais a 0,30 e 0,15. Uma força F paralela ao plano é aplicada ao bloco M.

(a) [0,6] Desenhe o diagrama de corpo livre de cada bloco.

(a) [1,0] Qual é a intensidade mínima da força F para iniciar o movimento de M?

(b) [0,9] Qual é a intensidade da força F e da tração na corda quando a aceleração de M for igual a $3,0 \text{ m/s}^2$, sendo que os dois blocos ainda estão em contato.



b) Como deseja-se determinar $F_{\min}$ para iniciar o movimento, considera-se uma situação de IMINÊNCIA DE MOVIMENTO.

A força de atrito assume o valor máximo $f_{\max} = \mu_e N$.
Pelo diagrama de corpo livre do item (a) tem-se:

• BLOCO DE MASSA m:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 - mg \cos \theta = 0 \Rightarrow N_1 = mg \cos \theta \quad (1)$$

$$f_{a1} = \mu_e N_1 \Rightarrow f_{a1} = \mu_e mg \cos \theta \quad (2)$$

• BLOCO DE MASSA M:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_2 - N_1 - Mg \cos \theta = 0 \Rightarrow N_2 = N_1 + Mg \cos \theta \quad (3)$$

0,6p Substituindo-se a expressão (1) na expressão (3) obtém-se:

$$N_2 = mg \cos \theta + Mg \cos \theta \quad (4)$$

$$f_{a2} = \mu_e N_2 \Rightarrow f_{a2} = \mu_e (mg \cos \theta + Mg \cos \theta) \quad (5)$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow f_{a1} + f_{a2} - F - Mg \sin \theta = 0$$

$$F = f_{a1} + f_{a2} - Mg \sin \theta \quad (6)$$

Substituindo as expressões (2) e (5) na expressão (6) resulta:

$$F = 2\mu_e mg \cos \theta + Mg (\mu_e \cos \theta - \sin \theta) \quad (7)$$

Com os valores numéricos dados no problema, tem-se:

$$F = 2 \times 0,3 \times 2 \times 9,8 \times \cos 30^\circ + 3 \times 9,8 \times (0,3 \cos 30^\circ - \sin 30^\circ)$$

$$\boxed{F = 3,12 \text{ N}} \quad 0,2p$$

c) Como os dois blocos permanecem em contato, a medida que o bloco de massa M desliza com aceleração de $3,0 \text{ m/s}^2$, o bloco de massa m mantém-se em repouso em relação ao referencial fixo. Ocorre um deslizamento relativo entre os dois blocos.

CONDIÇÃO DE DESLIZAMENTO

0,3 p

$$f_a = \mu_c N$$

Com os valores dados substituídos nas expressões (1) e (3) tem-se:

$$N_1 = 2 \times 9,8 \times \cos 30^\circ \Rightarrow N_1 = 16,97 \text{ N}$$

$$N_2 = 16,97 + 3 \times 9,8 \times \cos 30^\circ \Rightarrow N_2 = 42,43 \text{ N}$$

$$f_{a1} = \mu_c N_1 \Rightarrow f_{a1} = 0,15 \times 16,97 \Rightarrow f_{a1} = 2,55 \text{ N}$$

$$f_{a2} = \mu_c N_2 \Rightarrow f_{a2} = 0,15 \times 42,43 \Rightarrow f_{a2} = 6,36 \text{ N}$$

Obedecendo o diagrama de corpo livre do item (a):

BLOCO DE MASSA m:

$$\sum F_x = 0$$

0,3 p $T - f_{a1} - mg \sin \theta = 0$

$$T = f_{a1} + mg \sin \theta \quad (8)$$

$$T = 2,55 + 2 \times 9,8 \times \sin 30^\circ$$

$$\boxed{T = 12,4 \text{ N}}$$

BLOCO DE MASSA M:

$$\sum F_x = M a_x$$

$$f_{a1} + f_{a2} - F - Mg \sin \theta = -M a$$

0,3 p $F = f_{a1} + f_{a2} - Mg \sin \theta + M a \quad (9)$

$$F = 2,55 + 6,36 - 3 \times 9,8 \times \sin 30^\circ + 3 \times 3$$

$$\boxed{F = 3,21 \text{ N}}$$

4a

O trabalho é a área no gráfico de $F(x)$ contra x ,

Contando a parte positiva 41.25 J
e a parte negativa 11.25 J
do total de 30 J ,

4b

Na ausência de atrito, a energia horizontal é cinética $K = \frac{1}{2}mv^2$.

Ganho de Energia = Trabalho Feito.

Na posição $x = 5.5 \text{ m}$,

$$\Delta\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = 41.25 \text{ J} = \Delta W,$$

$$v = (2W/m)^{1/2}$$

$$v = 5.2 \text{ m/s}.$$

(4c) Na presença de atrito,

$$f = \mu_{\text{cinético}} mg.$$

Com atrito, o corpo ~~em~~ parte do repouso na $x=0$, e volta em repouso na $x=7\text{m}$.

Portanto entre $x=0$, e $x=7$,

$$\Delta\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = \Delta W_{\text{total}}$$

$$0 = W + W_f.$$

$$W_f = -W = -30 \text{ Joule}.$$

$$-f \Delta x = -30.$$

↑
} sinal negativo devido $\vec{f}$ e $\Delta\vec{x}$ no sentido contrário.

$$\mu_{\text{cinético}} = \frac{30}{mg\Delta x} = 0.146,$$